લિબર્ટી પેપરસેટ

ધોરણ 10 : ગણિત (સ્ટાન્ડર્ડ)

Full Solution

સમય : 3 કલાક **અસાઈનમેન્ટ પ્રશ્નપત્ર 5**

વિભાગ-A

1. (C) 9 **2.** (D) = **3.** (C) $\sqrt{a^2 + b^2}$ **4.** (D) 28 **5.** (B) 5 **6.** (D) 4 **7.** 360 **8.** $-\frac{1}{2}$ **9.** અનન્ય ઉકેલ મળે **10.** 0 **11.** વર્તુળ **12.** $\frac{\pi r^2 \alpha}{360}$ **13.** ખરું **14.** ખોટું **15.** ખરું **16.** ખોટું **17.** 1 **18.** 2 **19.** શ્રીધર આચાર્ય **20.** 0.37 **21.** (b) $\frac{1}{sec\,\theta}$ **22.** (a) $\frac{1}{cosec\,\theta}$ **23.** (b) $2\pi rh$ **24.** (a) $2\pi r(r + h)$

વિભાગ-B

25. $85 = 17 \times 5$

$136 = 8 \times 17 = 2^3 \times 17$

ગુ.સા.અ. $(85, 136) = 17$

લ.સા.અ. $(85, 136) = 2^3 \times 5 \times 17$

$= 8 \times 85$

$= 680$

26. અહીં, $2x + 3y = 13$ ...(1)

તથા, $4x + 5y = 23$ ...(2)

(1) પરથી

$2x = 13 - 3y$

$x = \left(\frac{13-3y}{2}\right)$ ...(3)

xની આ કિંમત સમી. (2) માં મૂકતાં

$4\left(\frac{13-3y}{2}\right) + 5y = 23$

$\therefore\ 2\,(13 - 3y) + 5\,y = 23$

$\therefore\ 26 - 6\,y + 5\,y = 23$

$\therefore\ -y = 23 - 26$

$\therefore\ -y = -3$

$\therefore\ y = 3$

(3) પરથી

$x = \frac{13-3(3)}{2}$

$= \frac{13-9}{2}$

$= \frac{4}{2}$

$x = 2$

આમ, સમી. નો ઉકેલ $x = 2, y = 3$

27. ધારો કે, રોહનની હાલની ઉંમર x વર્ષ છે.

તેથી તેની માતાની ઉંમર $(x + 26)$ વર્ષ હોય.

3 વર્ષ પછી રોહનની ઉંમર $(x + 3)$ વર્ષ અને તેની માતાની ઉંમર $(x + 26 + 3) = (x + 29)$ વર્ષ થશે.

$\therefore (x + 3)(x + 29) = 360$

$\therefore x^2 + 29x + 3x + 87 - 360 = 0$

$\therefore x^2 + 32x - 273 = 0$

$x^2 + 39x - 7x - 273 = 0$

$\therefore x(x + 39) - 7(x + 39) = 0$

$\therefore (x + 39)(x - 7) = 0$

$\therefore x + 39 = 0$ અથવા $x - 7 = 0$

$\therefore x = -39$ અથવા $x = 7$

પરંતુ x એ રોહનની ઉંમર હોવાથી ઋણ શક્ય નથી.

$\therefore x \neq -39$

$\therefore x = 7$ વર્ષ

$\therefore$ રોહનની હાલની ઉંમર $x = 7$ વર્ષ

તથા તેની માતાની હાલની ઉંમર $= 7 + 26 = 33$ વર્ષ હોય.

28. અહીં, $6x^2 - 13x + 6 = 0$

$\therefore$ સમી. ને $ax^2 + bx + c = 0$ સાથે સરખાવતાં,

$a = 6, \ b = -13, c = 6$

વિવેચક $= b^2 - 4ac$

$= (-13)^2 - 4(6)(6)$

$= 169 - 144$

$= 25$

> 0

$\therefore$ તેથી આપેલ દ્વિઘાત સમી. બે ભિન્ન, વાસ્તવિક અને સંમેય બીજ ધરાવે છે.

29. અહીં, પ્રથમ, બીજી, ત્રીજી, ... હારમાં કપાસના છોડની સંખ્યા 23, 21, 19, ..., 5 છે.

આ સંખ્યાઓ એક સમાંતર શ્રેણી બનાવે છે.

$a = 23,$
$d = 21 - 23 = -2,$
$a_n = 5$

હવે, $a_n = a + (n - 1)d$

$\therefore 5 = 23 + (n - 1)(-2)$

$\therefore 5 - 23 = (n - 1)(-2)$

$\therefore \dfrac{-18}{-2} = n - 1$

$\therefore n - 1 = 9$

$\therefore n = 10$

આથી, કપાસના ખેતરમાં 10 હાર છે.

$\therefore \dfrac{5\cos^2 60° + 4\sec^2 30° - \tan^2 45°}{\sin^2 30° - \cos^2 30°}$

30. $= \dfrac{5\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - (1)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$

$= \dfrac{5 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{4}{3} - 1}{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}$

$= \dfrac{\frac{5}{4} + \frac{16}{3} - 1}{\frac{1+3}{4}}$

$= \dfrac{\frac{15 + 64 - 12}{12}}{\frac{4}{4}}$

$= \dfrac{\frac{67}{12}}{1}$

$= \dfrac{67}{12}$

31. ડા.બા. $= (sin\ A + cosec\ A)^2 + (cos\ A + sec\ A)^2$

$= sin^2\ A + 2\ sin\ A\ cosec\ A + cosec^2\ A + cos^2\ A + 2\ cos\ A\ sec\ A + sec^2\ A$

$= sin^2\ A + cos^2\ A + 2\ sin\ A\ cosec\ A + 2\ cos\ A\ sec\ A + cosec^2\ A + sec^2\ A$

$= 1 + 2(1) + 2(1) + 1 + cot^2\ A + 1 + tan^2\ A$

$= 1 + 2 + 2 + 1 + cot^2\ A + 1 + tan^2\ A = 7 + tan^2\ A + cot^2\ A$ = જ.બા.

32. PA એ O કેન્દ્રવાળા વર્તુળનો સ્પર્શક અને P સ્પર્શબિંદુ છે.

PA = 4 સેમી., OA = 5 સેમી.

Δ OPA માં, $\angle P = 90°$ (પ્રમેય : 10.1)

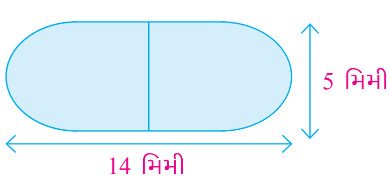
$\therefore OP^2 + PA^2 = OA^2$

$\therefore OP^2 = OA^2 - PA^2 = (5)^2 - (4)^2 = 25 - 16 = 9$

$\therefore$ OP = 3 સેમી.

આમ, વર્તુળની ત્રિજ્યા 3 સેમી. છે.

33.



નળાકાર અર્ધગોલક

વ્યાસ = 5 મિમી $r = \dfrac{5}{2}$ = 2.5 મિમી

$\therefore r = \dfrac{5}{2}$ = 2.5 મિમી

નળાકારની ઊંચાઈ h = કેપ્સ્યૂલની લંબાઈ – 2 × અર્ધગોલકની ત્રિજ્યા

$\therefore h = 14 - (2 \times 2.5)$

$\therefore h = 14 - 5$

$\therefore h$ = 9 મિમી

કેપ્સ્યૂલનું પૃષ્ઠફળ

= નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ + 2 × અર્ધગોલકની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$= 2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2$

$= 2\pi r\ (h + 2r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.5 \times [9 + 2(2.5)]$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.5 \times (9 + 5)$

$= 5 \times \frac{22}{7} \times 14$

$= 5 \times 22 \times 2$

= 220 મિમી^{2}

આમ, કેપ્સ્યૂલનું પૃષ્ઠફળ 220 મિમી^{2} છે.

34. અહીં, મહત્તમ આવૃત્તિ 7 એ 40 – 55 વર્ગની આવૃત્તિ હોવાથી બહુલક વર્ગ 40 – 55 છે.

$\therefore$ l = બહુલક વર્ગની અધઃ સીમા = 40

h = વર્ગલંબાઈ = 15

f_1 = બહુલક વર્ગની આવૃત્તિ = 7

f_0 = બહુલક વર્ગના આગળના વર્ગની આવૃત્તિ = 3

f_2 = બહુલક વર્ગના પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ = 6

બહુલક $Z = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$\therefore Z = 40 + \left(\frac{7 - 3}{2(7) - 3 - 6}\right) \times 15$

$\therefore Z = 40 + \frac{4 \times 15}{5}$

$\therefore Z = 40 + 12$

$\therefore Z = 52$

35. મધ્યક $\overline{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$

$= 50 + \frac{-36}{35} \times 10$

$= 50 - \frac{36}{5 \times 7} \times 5 \times 2$

$= 50 - \frac{72}{7}$

$= 50 - 10.28$

$= 39.72$

36. અહીં, પત્તાની કુલ સંખ્યા = 52

(i) ધારો કે, પસંદ કરેલુ પત્તુ કાળીનું હોય તે ઘટનાને A કહીએ.

$\therefore$ કાળીના પત્તાની સંખ્યા = 13

$\therefore$ ઘટના A ઉદ્ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 13

$\therefore P(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

(ii) ધારો કે, પસંદ કરેલું પત્તુ લાલ રંગના મુખમુદ્રાવાળું હોય તે ઘટનાને B કહીએ.

∴ લાલ રંગના મુખમુદ્રાવાળા પત્તાની સંખ્યા = 6

∴ ઘટના B ઉદ્‌ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 6

∴ $P(B) = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$

37. ધારો કે, એક થેલીમાં લીંબુના સ્વાદની n કુલ્ફીઓ છે.

∴ પરિણામોની કુલ સંખ્યા = n

(i) ધારો કે, ઘટના A : બહાર કાઢેલ કુલ્ફી નારંગીના સ્વાદની હોય તે

અહીં નારંગીના સ્વાદની એક પણ કુલ્ફી નથી.

∴ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 0

$$P(A) = \frac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$$

∴ $P(A) = \frac{0}{n}$

∴ $P(A) = 0$

(ii) ધારો કે, ઘટના B : બહાર કાઢેલ કુલ્ફી લીંબુના સ્વાદની હોય તે

અહીં, લીંબુના સ્વાદની n કુલ્ફીઓ છે.

∴ ઘટના B માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = n

∴ $P(B) = \frac{n}{n}$

∴ $P(B) = 1$

વિભાગ-C

38. અહીં, $p(x) = 6x^2 - 13x + 6$

આને $p(x) = ax^2 + bx + c$ સામે સરખાવતાં

$a = 6, b = -13, c = 6$

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(13)}{6} = \frac{13}{6}$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{6}{6} = 1$

(i) $\alpha^2 + \beta^2$

$= \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 - 2\alpha\beta$

$= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= \left(\frac{13}{6}\right)^2 - 2(1)$

$= \frac{169}{36} - 2$

$= \frac{169 - 72}{36} = \frac{97}{36}$

(iii) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$

∴ $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}$

$= \frac{97/36}{1}$ ($\because \alpha\beta = 1$)

(iii) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}$

$= \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{13/6}{1}$

$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{13}{6}$

39. ધારો કે, માંગેલ દ્વિઘાત બહુપદી $ax^2 + bx + c$ નાં શૂન્યો α અને β છે.

$\therefore \alpha + \beta = \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \frac{-b}{a}$ તથા $\alpha\beta = \frac{1}{3} = \frac{c}{a}$

$\therefore a = 3, \quad b = -3\sqrt{2}$ અને $c = 1$

આથી આપેલ શરતને અનુરૂપ એક દ્વિઘાત બહુપદી $3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1$ છે. શૂન્યેતર વાસ્તવિક સંખ્યા k માટે, $k(3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1)$ સ્વરૂપની કોઈ પણ બીજી દ્વિઘાત બહુપદી પણ આપેલ શરતને અનુરૂપ લઈ શકાય.

40. 7ના પ્રથમ 20 ગુણિતો 7, 14, 21, 28, 35,... છે, જે સાન્ત સમાંતર શ્રેણી રચે છે.

અહીં, $a = 7$, $d = 14 - 7 = 7$ અને $n = 20$

હવે, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$\therefore S_{20} = \frac{20}{2}[2(7) + (20-1)(7)]$

$\therefore S_{20} = 10[2(7) + (20-1)(7)]$

$\therefore S_{20} = 10[14 + (19)(7)]$

$\therefore S_{20} = 10(14 + 133)$

$\therefore S_{20} = 10(147)$

$\therefore S_{20} = 1470$

આથી, 7ના પ્રથમ 20 ગુણિતોનો સરવાળો 1470 થાય.

41. $a = 5$, $a_n = l = 45$, $S_n = 400$, $n =$ __, $d =$ __

$S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$

$\therefore 400 = \frac{n}{2}(5 + 45)$

$\therefore 800 = n \times 50$

$\therefore n = \frac{800}{50}$

$\therefore n = 16$

હવે, $a_n = a + (n-1)d$

$\therefore 45 = 5 + (16-1)d$

$\therefore 45 - 5 = 15d$

$\therefore 40 = 15d$

$\therefore d = \frac{40}{15}$

$\therefore d = \frac{8}{3}$

42. ધારો કે, બિંદુ P (–1, 6) એ બિંદુઓ A (–3, 10) અને B (6, – 8)ને જોડતા AB નું A તરફથી $m_1 : m_2$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

$\therefore$ વિભાજન બિંદુ P ના યામ $= \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$

$\therefore (-1, 6) = \left(\frac{m_1(6) + m_2(-3)}{m_1 + m_2}, \frac{m_1(-8) + m_2(10)}{m_1 + m_2}\right)$

$\therefore (-1, 6) = \left(\frac{6m_1 - 3m_2}{m_1 + m_2}, \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2}\right)$

$\therefore -1 = \frac{6m_1 - 3m_2}{m_1 + m_2}$

$\therefore -m_1 - m_2 = 6m_1 - 3m_2$

$\therefore -m_1 - 6m_1 = -3m_2 + m_2$

$\therefore -7m_1 = -2m_2$

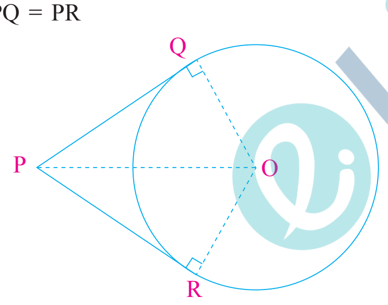
$\therefore \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{7}$

આમ, બિંદુ P એ AB નું 2 : 7 ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરશે.

43. **પક્ષ :** O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની બહારના ભાગમાં આવેલાં બિંદુ P માંથી વર્તુળને દોરેલા સ્પર્શકો PQ અને PR છે.

સાધ્ય : PQ = PR

આકૃતિ :



સાબિતી : OP, OQ અને QR જોડો. ∠OQP અને ∠ORP કાટખૂણા છે, કારણ કે, તે સ્પર્શકો અને સંગત ત્રિજ્યા વચ્ચેના ખૂણા છે, અને પ્રમેય 10.1 ના આધારે તેઓ કાટખૂણા છે.

હવે કાટકોણ ત્રિકોણો OQP અને ORP માં,

OQ = OR (એક વર્તુળની ત્રિજ્યાઓ)

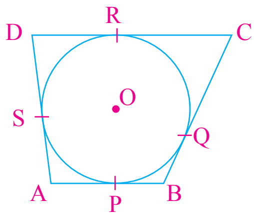
OP = OP (સામાન્ય બાજુ)

∠OQP = ∠ORP (કાટખૂણા)

તેથી, Δ OQP ≅ Δ ORP (કાકબા)

આથી, PQ = PR (એકરૂપ ત્રિકોણોની અનુરૂપ બાજુઓ)

44.



ચતુષ્કોણ ABCD એક O કેન્દ્રિત વર્તુળને પરિગત છે. ધારો કે, ચતુષ્કોણ ABCD ની બાજુઓ AB, BC, CD અને DA આ O કેન્દ્રિત વર્તુળને અનુક્રમે P, Q, R અને S બિંદુઓમાં સ્પર્શે છે.

$\therefore$ AP = AS ...(1)

BP = BQ ...(2)

CR = CQ ..(3)

DR = DS ...(4)

પરિણામ (1), (2), (3) અને (4)નો સરવાળો કરતાં,

AP + BP + CR + DR = AS + BQ + CQ + DS

$\therefore$ (AP + BP) + (CR + DR) = (AS + DS) + (BQ + CQ)

$\therefore$ AB + CD = AD + BC

45. $\theta = 115°$

r = બ્લેડની લંબાઈ = 25 સેમી.

લઘુવૃત્તાંશનું ક્ષેત્રફળ $= \dfrac{\pi r^2 \theta}{360}$

$= \dfrac{22 \times 25 \times 25 \times 115}{7 \times 360}$

$= \dfrac{1581250}{2520}$

$= \dfrac{158125}{252}$ સેમી.^{2}

$\therefore$ બે વાઈપરથી સાફ થતાં વિસ્તારનું કુલ ક્ષેત્રફળ

= 2 × લઘુવૃત્તાંશનું ક્ષેત્રફળ

$= 2 \times \dfrac{158125}{252}$

$= \dfrac{158125}{126}$ સેમી.^{2}

46. સરખી રીતે ચીપેલાં 52 પત્તાંની થોકડીમાંથી એક પત્તું ખેંચવાના પ્રયોગનાં તમામ શક્ય પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 52

(i) ધારો કે, ઘટના A : ખેંચેલ પત્તું એક્કો હોય તે

અહીં 52 પત્તાંમાં એક્કાની સંખ્યા = 4 (કાળીનો એક્કો, લાલનો એક્કો, ચોકટનો એક્કો, ફુલ્લીનો એક્કો)

$\therefore$ ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 4

P(A) = $\dfrac{\text{ઘટના A માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પરિણામોની કુલ સંખ્યા}}$

$\therefore$ $P(A) = \dfrac{4}{52}$

$\therefore$ $P(A) = \dfrac{4 \times 1}{13 \times 4}$

$\therefore$ $P(A) = \dfrac{1}{13}$

(ii) ધારો કે, ઘટના B : ખેંચેલ પત્તું એક્કો ન હોય તે

અહીં, ઘટના B એ ઘટના Aની પૂરક ઘટના છે.

$\therefore$ P(B) = 1 – P(A)

$\therefore$ $P(B) = 1 - \dfrac{1}{13}$

$\therefore$ $P(B) = \dfrac{12}{13}$

(iii) ધારો કે, ઘટના C : ખેંચેલ પત્તું લાલ રંગનો એક્કો હોય તે

અહીં લાલ રંગના એક્કાની સંખ્યા 2 (લાલનો એક્કો, ચોકટનો એક્કો) છે.

$\therefore$ ઘટના C માટે સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા = 2

$\therefore$ $P(C) = \dfrac{2}{52}$

$\therefore$ $P(C) = \dfrac{2 \times 1}{26 \times 2}$

$\therefore$ $P(C) = \dfrac{1}{26}$

વિભાગ-D

47. ધારો કે, સાચા જવાબના પ્રશ્નોની સંખ્યા x અને ખોટા પ્રશ્નોની સંખ્યા y છે.

પહેલી શરત મુજબ $3x - y = 40$ ...(1)

બીજી શરત મુજબ $4x - 2y = 50$ ...(2)

સમીકરણ (1)ને 2 વડે ગુણી સમીકરણ (2) બાદ કરતાં,

$$\begin{array}{r} 6x - 2y = 80 \\ 4x - 2y = 50 \\ - \quad + \quad - \\ \hline \end{array}$$

$\therefore$ $2x + 0 = 30$

$\therefore$ $x = \dfrac{30}{2}$

$\therefore$ $x = 15$

સમીકરણ (1)માં $x = 15$ મૂકતાં,

$3x - y = 40$

$\therefore$ $3(15) - y = 40$

$\therefore$ $45 - y = 40$

$\therefore$ $y = 45 - 40$

$\therefore$ $y = 5$

પ્રશ્નોની કુલ સંખ્યા $= x + y = 15 + 5 = 20$

આમ, કસોટીમાં પ્રશ્નોની સંખ્યા 20 હશે.

48. ધારો કે, મોટી સંખ્યા x અને નાની સંખ્યા y છે.

$\therefore$ $x - y = 26$ ...(1)

$x = 3y$ ...(2)

સમીકરણ (2) ની કિંમત સમીકરણ (1) માં મૂકતાં,

$x - y = 26$

$\therefore$ $3y - y = 26$

$\therefore$ $2y = 26$

$\therefore$ $y = 13$

સમીકરણ (2) માં $y = 13$ મૂકતાં,

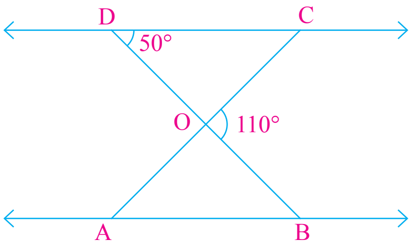
$x = 3y$

$\therefore$ $x = 3 \times 13$

$\therefore$ $x = 39$

આમ, માંગેલી સંખ્યાઓ 39 અને 13 છે.

49.



(i) અહીં $\angle DOC + \angle BOC = 180°$ (રૈખિક જોડના ખૂણાઓ)

$\therefore \angle DOC + 110° = 180°$

$\therefore \angle DOC = 180° - 110°$

$\therefore \angle DOC = 70°$

Δ ODC માં, $\angle CDO + \angle DCO + \angle DOC = 180°$

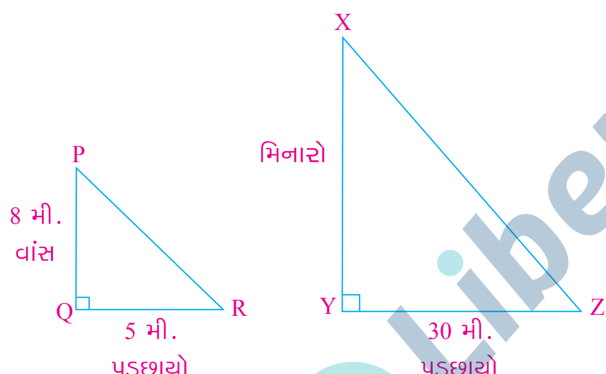
$\therefore 50° + \angle DCO + 70° = 180°$

$\therefore \angle DCO = 180° - 120°$

$\therefore \angle DCO = 60°$

આમ, $\angle DOC = 70°$, $\angle DCO = 60°$

(b)



અહીં, Δ PQR માં PQ શિરોલંબ વાંસ અને QR તેનો પડછાયો છે.

$\therefore$ PQ = 8 મી., QR = 5 મી.

Δ XYZ માં XY મિનારો અને YZ તેનો પડછાયો છે.

$\therefore$ YZ = 30 મી.

બંને પડછાયાની લંબાઈ એક જ સમયે માપવામાં આવે છે, તેથી $\angle R$ અને $\angle Z$ સૂર્યના ઉત્સેધકોણ છે.

$\therefore \angle R = \angle Z$

હવે, Δ PQR અને Δ XYZ માં,

$\angle R = \angle Z$

$\angle Q = \angle Y = 90°$

$\therefore$ $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$ (ખૂખૂ શરત)

$\therefore \dfrac{PQ}{XY} = \dfrac{QR}{YZ}$

$\therefore \dfrac{8}{XY} = \dfrac{5}{30}$

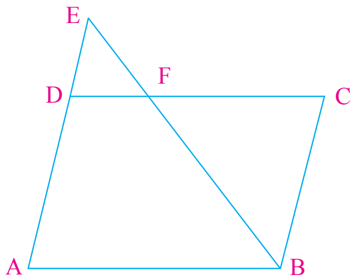
$\therefore \dfrac{8 \times 30}{5} = xy$

$\therefore$ xy = 48 મી.

$\therefore$ મીનારાની ઊંચાઇ 48 મી હોય.

50. **પક્ષ :** બિંદુ E એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ની લંબાવેલ બાજુ AD પરનું બિંદુ છે. BE એ CD ને F માં છેદે છે.

સાધ્ય : Δ ABE ~ Δ CFB



સાબિતી : સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં,

$\angle$BAD = $\angle$DCB (સામસામેના ખૂણા)

$\therefore$ $\angle$BAE = $\angle$FCB ...(1)

બિંદુ E એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD ની લંબાવેલ બાજુ AD પરનું બિંદુ છે.

$\therefore$ AE || BC

$\therefore$ $\angle$AEB = $\angle$EBC (યુગ્મકોણ)

$\therefore$ $\angle$AEB = $\angle$FBC ...(2)

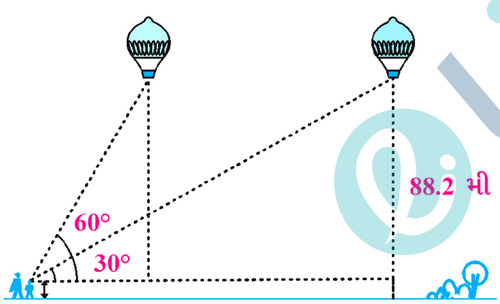
Δ ABE અને Δ CFB માં,

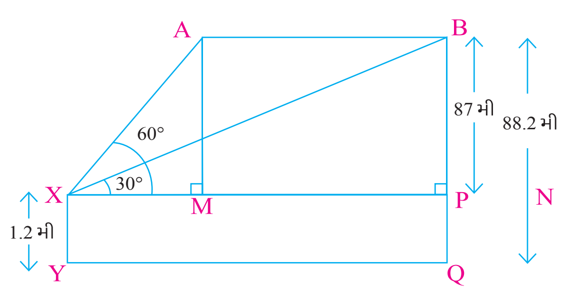
$\angle$BAE = $\angle$FCB ((1) મુજબ)

$\angle$AEB = $\angle$FBC ((2) મુજબ)

$\therefore$ Δ ABE ~ Δ CFB (ખૂખૂ શરત)

51.





અહીં, A અને B બલૂનનાં સ્થાન, XY = છોકરીની ઊંચાઈ, YQ જમીન અને XP એ છોકરીની આંખમાંથી નીકળતી સમક્ષિતિજ રેખા છે.

AM ⊥ XP લેતાં, M એ XP પરનું બિંદુ છે.

તેથી, Δ AMX માં, $\angle$AMX = 90° અને $\angle$AXM = 60°,

Δ BPX માં, $\angle$BPX = 90° અને $\angle$BXP = 30°,

PQ = XY = 1.2 મી., BQ = 88.2 મી.

$\therefore$ AM = BP = BQ – PQ = 88.2 – 1.2 = 87 મી

Δ AMX માં $\angle AMX = 90°$ છે.

$\therefore\ tan\ 60° = \dfrac{AM}{XM}$

$\therefore\ \sqrt{3} = \dfrac{87}{XM}$

$\therefore\ XM = \dfrac{87}{\sqrt{3}}$

$\therefore\ XM = 29\sqrt{3}$

Δ BPX માં $\angle BPX = 90°$ છે.

$\therefore\ tan\ 30° = \dfrac{BP}{XP}$

$\therefore\ \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{87}{XP}$

$\therefore\ XP = 87\sqrt{3}$

હવે, $MP = XP - XM$

$= 87\sqrt{3} - 29\sqrt{3}$

$= 58\sqrt{3}$ મી.

$\therefore\ AB = 58\sqrt{3}$ મી.

આમ, બલૂને આપેલ સમય દરમિયાન કાપેલું અંતર $58\sqrt{3}$ મી છે.

52. અર્ધગોલક | શંકુ

અર્ધગોલક: $r = 3.5$ સેમી.

શંકુ: $r = 3.5$ સેમી.

$h = 12$ સેમી.

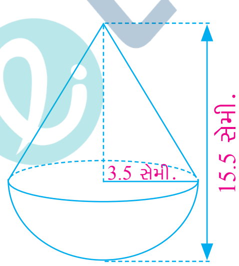
$l = 12.5$ સેમી.

રમકડાની કુલ ઊંચાઈ $= 15.5$ સેમી.

$\therefore$ શંકુની ઊંચાઈ + અર્ધગોલકની ત્રિજ્યા $= 15.5$

$\therefore\ h + 3.5 = 15.5$

$\therefore\ h = 12$ સેમી.



હવે, $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$\therefore\ l = \sqrt{(3.5)^2 + (12)^2}$

$\therefore\ l = \sqrt{12.25 + 144}$

$\therefore\ l = \sqrt{156.25}$

$\therefore\ l = 12.5$ સેમી.

રમકડાનું કુલ પૃષ્ઠફળ

= અર્ધગોલકની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ + શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$= 2\pi r^2 + \pi rl$

$= \pi r(2r + l)$

$= \dfrac{22}{7} \times 3.5 \times [2(3.5) + 12.5]$

$= 22 \times 0.5 \times (7 + 12.5)$

$= 11 \times 19.5$

$= 214.5$ સેમી.^{2}

આમ, રમકડાનું કુલ પૃષ્ઠફળ 214.5 સેમી.^{2} છે.

53. નળાકાર   અર્ધગોલક

વ્યાસ = 2.8 સેમી.   વ્યાસ = 2.8 સેમી.

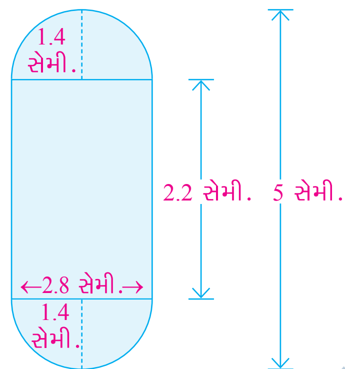
$\therefore r = 1.4$ સેમી. $\therefore r = 1.4$ સેમી.

નળાકારની ઊંચાઈ h = કુલ લંબાઈ $- 2r$

$\therefore h = 5 - 2(1.4)$

$\therefore h = 5 - 2.8$

$\therefore h = 2.2$ સેમી.



$\therefore$ 45 ગુલાબજાંબુનું ઘનફળ = 45 × એક ગુલાબજાંબુનું ઘનફળ

= 45 × (નળાકારનું ઘનફળ + 2 × અર્ધગોલકનું ઘનફળ)

$= 45 \times (\pi r^2 h + 2 \times \frac{2}{3}\pi r^3)$

$= 45 \times (\pi r^2 h + \frac{4}{3}\pi r^3)$

$= 45 \times \pi r^2 \times (h + \frac{4}{3} r)$

$= 45 \times \frac{22}{7} \times (1.4)^2 \times \left(2.2 + \frac{4 \times 1.4}{3}\right)$

$= 45 \times \frac{22}{7} \times 1.96 \times \left(\frac{6.6 + 5.6}{3}\right)$

$= 45 \times 22 \times 0.28 \times \frac{12.2}{3}$

$= 15 \times 22 \times 0.28 \times 12.2$

= 1127.28 સેમી.^{3}

$\therefore$ ખાંડની ચાસણીનું ઘનફળ = ગુલાબજાંબુના ઘનફળના 30%

$= 1127.28 \times \frac{30}{100}$

= 338.184 સેમી.^{3}

= 338 સેમી.^{3} (આશરે)

54.

વર્ગ–અંતરાલ	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ
0 – 100	2	2
100 – 200	5	7
200 – 300	f_1	$7 + f_1$
300 – 400	12	$19 + f_1$
400 – 500	17	$36 + f_1$
500 – 600	20	$56 + f_1$
600 – 700	f_2	$56 + f_1 + f_2$
700 – 800	9	$65 + f_1 + f_2$
800 – 900	7	$72 + f_1 + f_2$
900 – 1000	4	$76 + f_1 + f_2$

અહીં, $n = 100$ આપેલ છે તેથી, $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$

$\therefore\ 76 + f_1 + f_2 = 100$

$\therefore\ f_1 + f_2 = 24$

મધ્યસ્થ 525 છે અને તે વર્ગ 500–600 માં આવેલ છે.

$\therefore$ મધ્યસ્થ વર્ગ = 500 – 600

$\therefore\ l$ = મધ્યસ્થવર્ગની અધ:સીમા = 500

cf = મધ્યસ્થવર્ગના આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ = $36 + f_1$

f = મધ્યસ્થવર્ગની આવૃત્તિ = 20

$h = 100$

મધ્યસ્થ $M = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

$$\therefore\ 525 = 500 + \left(\frac{50 - 36 - f_1}{20}\right) \times 100$$

$\therefore\ 525 - 500 = (14 - f_1)5$

$\therefore\ \frac{25}{5} = 14 - f_1$

$\therefore\ 5 = 14 - f_1$

$\therefore\ f_1 = 14 - 5$

$\therefore\ f_1 = 9$

હવે, $f_1 + f_2 = 24$

$\therefore\ 9 + f_2 = 24$

$\therefore\ f_2 = 15$

આમ, ખૂટતી આવૃત્તિઓ $f_1 = 9$ અને $f_2 = 15$